Résoudre dans R l'équation $24x^3 + 62x^2 - 97x + 30 = 0$ **sachant qu'elle admet** $x = +\frac{1}{2}$ **pour racine.**

Si $P(a) = 0$ alors $P(x) = (x - a).\,Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme de degré inférieur de 1 à celui de $P(x)$

Si $x = \frac{1}{2}$ est racine évidente, on peut factoriser $x - \frac{1}{2}$, ou ce qui est plus judicieux, $2x - 1$; qui admet la même racine et présente l'avantage de ne pas comporter de fraction, tout comme le polynôme de l'énoncé.

$24x^3 + 62x^2 - 97x + 30 = (2x - 1)(ax^2 + bx + c)$

d'où $24x^3 + 62x^2 - 97x + 30 = 2ax^3 + (2b - a)x^2 + (2c - b)x^2 - c$.

Identifions les polynômes (même coefficient pour un même degré)

$$\begin{cases} 2a = 24 \Leftrightarrow a = +12 \\ 2b - a = 62 \Leftrightarrow b = +37 \\ 2c - b = -97 \text{ compatible} \\ -c = 30 \Leftrightarrow c = -30 \end{cases} , \quad \text{donc} \quad 24x^3 + 62x^2 - 97x + 30 = (2x - 1)(12x^2 + 37x - 30)$$

Résolvons maintenant $12x^2 + 37x - 30 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2809 = 53^2 . \text{ Les racines sont } \begin{cases} x' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-37 + 53}{24} = \dfrac{16}{24} = +\dfrac{2}{3} \\ x'' = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-37 - 53}{24} = -\dfrac{90}{24} = -\dfrac{15}{4} \end{cases} .$$

$S = \{ +\frac{1}{2} ; +\frac{2}{3} ; -\frac{15}{4} \}$.